

הפקולטה להנדסה

המעבדה לעיבוד אותות

תש"פ, 2020

פרויקט גמר:

Spatial Active noise cancellation

סטודנטים:

כפיר כהן

אוראל נאוי

מנחים:

ד"ר עופר שוורץ

מר טנדייטניק פיני

פרופסור שרון גנות

תוכן עניינים

3	הקדמה
3	מוטיבציה והצגת הבעיה
4	מטרת הפרויקט
6	פרק 1 - ANC single channel
6	תיאור המערכת
8	משתני המערכת
9	פעולת המסנן
11	השהיות בדגימה ובשחזור
13	תוצאות
15	tradeoffs
16	פרק 2 - ANC דו מימד
16	עדכון המסנן
18	תוצאות
23	פרק 3 - spatial ANC
23	פיתוח המטריצה A
26	עדכון המסנן
27	תוצאות
29	ביבליוגרפיה

מוטיבציה והצגת הבעיה

ANC הוא תחום שמטרתו להפחית רעש באזור מסוים במרחב, שיטה זו יעילה במיוחד כאשר מקורות הרעש הם בתדרים נמוכים.

בהרבה מקומות עבודה, משרדים, מפעלים, בבית ובטיסות אנו זקוקים למערכת אשר תדאג לנטרל לנו את הרעשים מסביב על מנת שנוכל לתפקד כראוי. הצורך לשקט יכול להופיע בטיסה כשרעש מנוע הסילון של המטוס מפריע להירדם, רעשי דיבור במשרד עם חלל עבודה פתוח או רעשי הטלוויזיה שמפריעים לנו לעבוד. לשם כך פותחה טכנולוגית סינון רעשים - **Noise Cancelation**

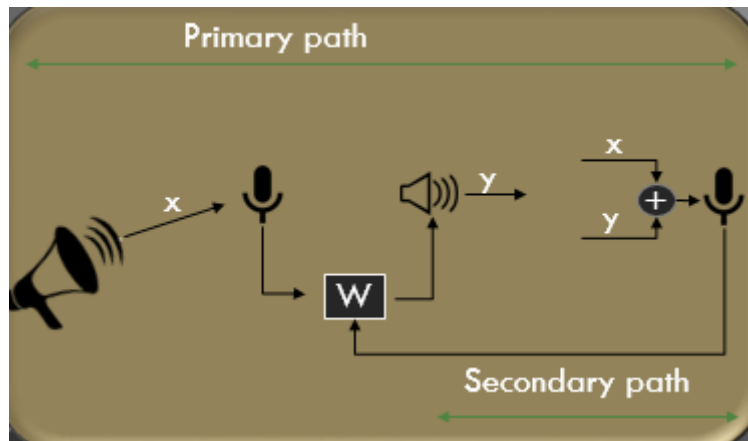
זה התחיל בשיטה הפשוטה שנקראת נטרול רעשים פסיבי שלמעשה הפחיתה לנו את רעשי הסביבה על ידי שימוש בחומרים אוטמים. לדוגמא אוזניות מהסוג שעוטף את כל האוזן Over The Ear, ופשוט אוטמות לנו את רעשי הסביבה. יש יצרניות שפשוט בנו דגמים של אוזניות המיועדות לשינה אשר משדרות כל הלילה מוזיקה עדינה על מנת שתכסה ותשתיק את רעשי הסביבה. נטרול רעשים פסיבי מאוד מזכיר אטמי אוזניים כי הוא לא מבדיל בין סוגי הרעשים אלא אוטם את כל רעשי הרקע ללא הבחנה. זה טוב למקומות ותרחישים מסוימים אבל במקומות רבים זה לא פתר את הבעיה.

השלב הבא הוא נטרול רעשים אקטיבי. Active Noise Cancelation – ANC, השיטה עובדת בצורה פשוטה מאוד, על ידי שימוש במיקרופונים המותקנים באוזניות נקלטים רעשי הסביבה והמערכת משדרת את אותו רעש אבל בצורה הפוכה. כאשר לרעש מבחוץ מתווסף רעש מבפנים בצורה הפוכה נוצר השקט המיוחל. השמעת הרעש ההפוך נקראת "פאזה הפוכה". פאזה הפוכה משתמשת במנגנון אלגוריתם מתוחכם אשר יודע לזהות את רעשי הסביבה אותם הוא רוצה לנטרל ולייצר מהם צליל נגדי שכאשר הוא מתחבר לצליל הקיים נוצר שקט, בעצם אנו שואפים למצב של התאבכות הורסת בין גל הרעש לגל שהרמקול שלנו מייצר. בדומה לחשבון פשוט של חיבור 1 יחד עם מינוס 1 (-1) שווה אפס. טכנולוגית ANC מאד פופולרית באוזניות אבל למעשה קיימת בהרבה מוצרים אחרים שעושים את אותה עבודה. לדוגמא רמקול אשר אמור לנטרל את הרעשים בחדר או מערכת נטרול רעשים במכונית או לדוגמא בן אדם שרוצה לישון בטיסה והוא לא מצליח בגלל רעש המנוע הוא יוכל לשים אוזניות נטרול רעשים, שהן בעצם אוזניות ANC ובכך לא לשמוע כלום.

מטרת הפרויקט

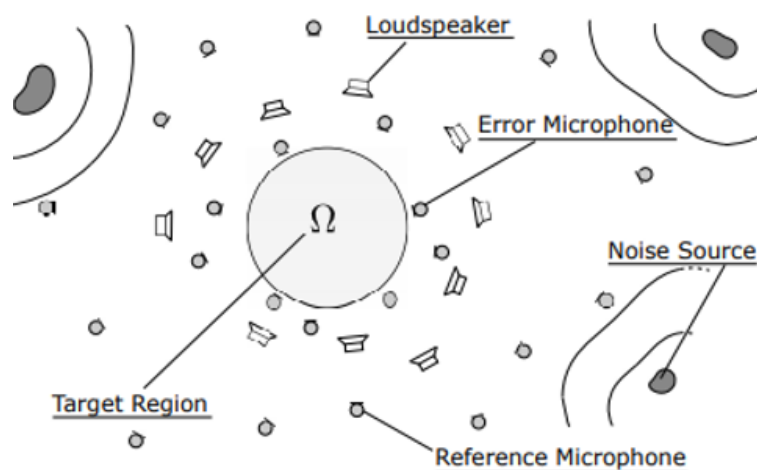
כידוע ANC בעל ערוץ אחד, כלומר בשיטה זו אנו שואפים להנמיך כמה שיותר ועד כדי השתקה נקודה בודדת במרחב, וכן ANC דו מימדי הידוע בתור ANC בעל כמה ערוצים בשיטה הזו אנחנו שואפים להנמיך כמה שיותר מספר נקודות בדידות במרחב.

אצלנו בפרויקט יש חידוש והוא השתקה של אזור שלם רציף במרחב שצורתו היא כדורית (בפרויקט הנ"ל האזור הרציף שאותו אנו שואפים להשתיק הינו דו מימדי כלומר דסקה ולא כדור תלת מימדי.)



איור 1: תיאור המערכת של ANC עם ערוץ בודד

לדוגמא באיור שלמעלה מתואר איור גרפי של שיטת ה ANC החד מימדית, כלומר בעלת ערוץ אחד, כאשר הנקודה שאותה אנחנו מעוניינים להשתיק הינה המיקרופון הימני והרמקול השמאלי הינו מקור הרעש, תיאור המערכת יפורט באופן נרחב כאשר נדבר על ה ANC החד מימדי.



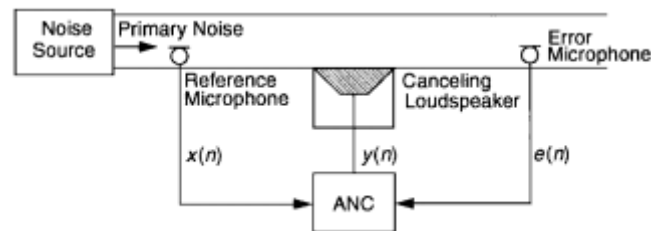
איור 2, המחשת הבעיה, (לקוח מ [1])

באיור הנ"ל מתואר דוגמא למערכת של ה ANC שמשתיק אזור שלם, בשמו הפורמלי spatial ANC פה אנחנו נרצה להשתיק את האזור המסומן ב Ω .

הערה – ישנם שני סוגים של מימושי ANC , feedback ו feedforward אנחנו נממש עם feedforward מכיוון שעם מערכת זאת ניתן להשתיק רעשים לא סטציונרים, עם feedback אפשר להשתיק רק רעשים מחזוריים, וסטציונרים.

פרק 1 - ANC single channel

מבנה המערכת בקצרה לתיאור ANC single channel – לשם כך אנחנו נצטרך: מיקרופון רפרנס – הקולט את הרעש בנקודה מסוימת, מהווה אינדיקציה לגבי הרעש הסורר במרחב ובשל כך נצליח להפיק רעש הופכי. מסנן – נועד ללמוד את מאפייני החדר הוא אומר לרמקול מה לשדר, אנחנו משתמשים במסנן FIR. רמקול – בעזרתו אנו מפיקים את הרעש ההופכי הדרוש על מנת להשיג השתקה בנקודה הרצויה. מיקרופון השגיאה – זוהי הנקודה שאותה אנחנו שואפים להוריד למינימום את הרעש בעזרת הערכים המתקבלים על המיקרופון הנ"ל המסנן מתעדכן.



איור 3, המחשת המערכת (לקוח מ [2])

תיאור המערכת

Primary path – הדרך ממקור הרעש עד למיקרופון השגיאה, כלומר פונקציית התמסורת של החדר ממקור הרעש עד למיקרופון השגיאה.

Secondary path - הדרך מהרמקול עד למיקרופון השגיאה, פונקציית התמסורת בין הרמקול למיקרופון השגיאה.

גל הרעש נקלט במיקרופון הרפרנס.

בשלב זה נקלט רעש אנלוגי, לאחר מכן אנו דוגמים את הרעש שנקלט במיקרופון הרפרנס כעת את הדגימות הללו אנחנו מעבירים במסנן ולאחר מכן משחזרים את האות ומשדרים אותו ברמקול כמובן ששלושת הפעולות הללו (דגימה עיבוד הדגימות ושחזור) דורשות דיילי מהמערכת דיילי זה נקרא הדיילי החשמלי.

אנחנו צריכים שהדיילי הזה פלוס זמן ההתפשטות מהרמקול עד למיקרופון השגיאה (אורך ה secondary path יהיה קטן יותר מזמן התפשטות של גל הרעש עד למיקרופון השגיאה כלומר אורך ה primary path, הרי כמובן שאנחנו רוצים שהרעש שמופק על ידי הרמקול יגיע ביחד עם הרעש הלא רצוי (מסומן באיור כ Noise Source)

נתאר את התהליך באופן מתמטי:

$$D_P > D_R + D_C + D_S$$

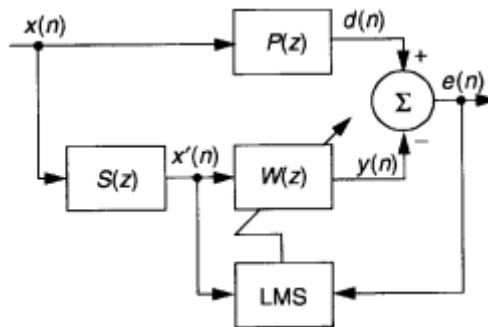
כאשר D_p הינו זמן ההתפשטות ממקור הרעש עד למיקרופון השגיאה, D_R הינו זמן ההתפשטות ממקור הרעש עד למיקרופון הרפרנס, D_C מסמן את השהיית העיבוד של הדגימה, שהרי השהיה של מסנן FIR שקולה לחצי סדר המסנן, עבור מסנן ארוך נקבל השהיית עיבוד ארוכה יותר באופן לינארי לדוגמא אם המסנן מונה כ 100 איברים השהיית העיבוד תהיה בסדר גודל של 50 דגימות שבתרגום לשניות השהייה זו תהיה $50 * \frac{1}{f_s}$ כאשר f_s הינו תדר הדגימה (תדר הדגימה של המערכת שדוגמת את הגל האנלוגי שנקלט במיקרופון הרפרנס), D_S מסמל את השהיות של הדגימה במיקרופון הרפרנס, השחזור לאחר המעבר של הדגימות במסנן, וזמן התפשטות הגל מהרמקול עד למיקרופון השגיאה.

לאחר שהאות נקלט במיקרופון השגיאה אנו דוגמים אותו ועל פי הדגימות הללו אנחנו מעדכנים את המסנן. אנחנו עשינו את הסימולציות במטלב ולכן מקור הרעש שלנו אינו אנלוגי ובפרט הכל אצלנו מתרחש במישור הדיגטלי כלומר לנו אין דוגמים ומשחזרים.

בכדי לדמות את האפקט שלהם אנחנו שמנו השהייה פיקטיבית למערכת.

בכדי לדמות חדר השתמשנו ב rir generator שהוא זה שמדמה את ה secondary path ואת ה primary path

שרטוט המערכת:



איור 4, פירוט המערכת באופן מתמטי (לקוח מ [2])

משתני המערכת לערוץ יחיד

- **noise** – הרעש על מקור הרעש
 - **w** – מסנן LMS שמתעדכן בהתאם לדגימות שהוא מקבל
 - **x** – הרעש ממקור הרעש הנקלט במיקרופון הרפרנס
 - **d** – הרעש ממקור הרעש כפי שהוא נשמע על מיקרופון השגיאה
 - **y_buffer** – הרעש המשודר מהרמקול במטרה להשתיק את הנקודה, באיור מסומן ב $y(n)$
 - **e** – "השגיאה" – הרעש הכולל על מיקרופון השגיאה
 - **y_on_err** – הרעש המשודר מהרמקול כפי שהוא נשמע על מיקרופוני השגיאה
 - **x_buffer** – משתנה השומר ערכים של x לזמנים קודמים ומתעדכן בזמן אמת
 - **N_delay** – מספר הדגימות אחורה שהמערכת קולטת עקב דילאי זמן אמת
 - אורך מסנן LMS – **Lw**
 - אורך מסנני ה **rs** – **Ls**, אורכם של ה secondary path | ה primary path
- על שיטת ה LMS נדבר בהרחבה בהמשך.

פעולת המסנן

בכל איטרציה של המסנן נרצה לעדכן את הבאפרים שלנו ולהעריך את הערך הישן ביותר. כדי לבצע את הקונבולוציה בין \mathbf{X} ל \mathbf{W} יש לשמור באפר של x לפי אורך המסנן וכדי שנוכל לבצע את הקונבולוציה הנ"ל בזמן אמת, נבצע מכפלה סקלרית וכך נקבל את איבר הקונבולוציה החדש

$$x_{buffer}(n) = \begin{pmatrix} x(n) \\ \vdots \\ x(n-L+1) \end{pmatrix}$$

האיבר החדש בבאפר של \mathbf{X} יהיה הדגימה החדשה שמגיעה (כלומר מה שהמיקרופון שמע לפני N_{delay} דגימות)

$$w(n) = \begin{pmatrix} w_0(n) \\ \vdots \\ w_{Lw-1}(n) \end{pmatrix}$$

מסנן $secondary_path$ מוגדר:

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ \vdots \\ S_{L_s-1} \end{pmatrix}$$

כדי לבצע את הקונבולוציה בין \mathbf{Y} ל $secondary_path$ באותו אופן, נשמור באפר של y לפי אורך ה (L_s) ונבצע מכפלה סקלרית כדי לקבל את האיבר הבא בקונבולוציה

$$y_{buffer}(n) = \begin{pmatrix} y(n) \\ \vdots \\ y(n-L_s+1) \end{pmatrix}$$

כאשר האיבר החדש בבאפר של y הוא:

$$y(n) = -w^T(n)x_{buffer}(n)$$

הרעש מהרמקול שנשמע על מיקרופון השגיאה הוא:

$$y_{on_error} = S^T * y_{buffer}(n)$$

השגיאה בזמן מסוים תהיה: $e(n) = d(n) + y_{on_error}$

כעת אנחנו מעוניינים לעדכן את המסנן באמצעות הדגימה ממיקרופון השגיאה

העדכון יתבצע לפי אלגוריתם LMS בצורה הבאה:

$$w(n+1) = w(n) - \frac{\mu}{2} \nabla(J(n))$$

כאשר הגזירה מתבצעת לפי w ו J היא פונקציית המחיר המוגדרת: $J(n) = e^2(n)$

כאשר לפי נגזרת של הרכבת פונקציות נקבל:

$$grad(e^2(n)) = 2[\nabla(e(n))]e(n)$$

נגדיר את y_{on_error} בצורה מעט שונה:

$$y_{on_error} = S^T * y_{buffer}(n) = S^T * X_{mat} * w$$

כאשר X_{mat} היא מטריצה שגודלה הוא $L_s \times L$ והיא מוגדרת בצורה הבאה:

$$X_{mat} = \begin{bmatrix} x(n) & \cdots & x(n-L+1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x(n-L_s+1) & \cdots & x(n-L-L_s+2) \end{bmatrix}$$

ואכן מתקיים שכל איבר במכפלה $w * X_{mat}$ הוא איבר של y_{buffer}

כאשר נגזור את השגיאה לפי w , נקבל:

$$-\nabla(e(n)) = X_{mat}^T * S \equiv x'_{buffer}(n) = \begin{pmatrix} x'(n) \\ \vdots \\ x'(n-L+1) \end{pmatrix}$$

כלומר משוואת העדכון של המסנן תהיה:

$$w(n+1) = w(n) + \mu * x'_{buffer} * e(n)$$

השהיות בדגימה ובשחזור

כעת אנחנו מתחשבים בהשהיות של רכיבי החומרה ולכן נצטרך להתאים את הקוד שלנו לאילוצים האלו משתני המערכת החדשים שניעזר בהם הם:

- DELAY_TIME – מציין את זמן ההשהייה של הדוגם והמשחזר.
- SAMPLES_DELAY – תרגום של זמן ההשהייה לדגימות בהתאם לקצב הדגימה.
- The_real_error – השגיאה האמיתית שנשמעת על מיקרופון השגיאה – לצורכי סימולציה בלבד
- The_delayed_error – השגיאה המתקבלת ממיקרופון השגיאה בדיליי של SAMPLES_DELAY

תיאור הבעיה:

בניגוד לפרק הקודם' הפעם אנחנו מקבלים את הדגימה ממיקרופון הרפרנס בדיליי, משדרים בדיליי, וגם מקבלים feedback מושהה ממיקרופון השגיאה כלומר אם הרעש שלנו הוא רעש שמשנתנה מהר (תדרים גבוהים) ולא סטציונרי, תהיה בעיה להשתיק אותו. אם הוא סטציונרי הדיליי לא מהווה בעיה.

מבחינת סדרי גודל: ללא השהייה ניתן להשתיק גם אות בתדר $5kHz$ אבל עם דיליי של $100\mu sec$ כבר ב $1kHz$ נוצרת בעיית השתקה.

בדיליי של $500\mu sec$ תחום התדרים יורד כבר ל $400Hz$ ואף פחות

כיצד הדיליי בא לידי ביטוי בקוד?

כעת הבאפר של y שמשמש אותנו לקונבולוציה עם S צריך לגדול, הסיבה לכך היא שעכשיו לא מספיק לשמור L_s דגימות אחורה, אלא צריך לשמור תוספת דגימות בהתאם להשהייה של רכיב D/A

נראה זאת אלגברית

נקלט לנו במיקרופון השגיאה

$$y_{on_error}(n - SAMPLES_DELAY) = S^T * y_{buffer}(n - SAMPLES_DELAY)$$

$$= \begin{pmatrix} y(n - SAMPLES_DELAY) \\ \vdots \\ y(n - L_s - SAMPLES_DELAY + 1) \end{pmatrix}$$

כלומר יהיה לנו

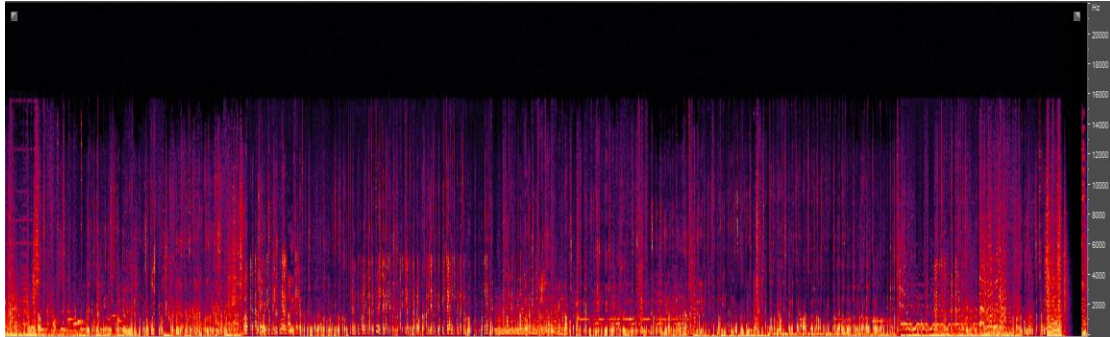
$$y_{buffer}(n) = \begin{pmatrix} y(n) \\ \vdots \\ y(n - L_s - SAMPLES_DELAY + 1) \end{pmatrix}$$

בסימולציות שלנו אנחנו השתמשנו באלגוריתם NLMS ו לא ה LMS זאת על מנת שכאשר שהמסנן שלנו קרוב להתכנסות אנחנו רוצים שהוא יתקדם בצעדים איטיים יותר כדי שלא יתנדנד סביב נקודת ההתכנסות.

$$\mu_{NLMS} = \frac{\mu}{\delta + |x'(n)|^2}$$

כאשר δ הוא פרמטר רגולריזציה שנועד כדי למנוע חלוקה ב0.

מקור הרעש שלנו היה אות דיבור באורך של כמה דקות שלקחנו מהיוטיוב, להלן הספקטוגרמה של האות:



איור 5

עיקר התדרים הפעילים של האות הינם מתחת ל 2000 הרץ, מפני ששיטת ה ANC עובדת בתדרים נמוכים אנחנו העברנו את האות הנ"ל ב LPF שתדר הקטעון שלו הינו $f_{stop} = 1500 \text{ Hz}$.

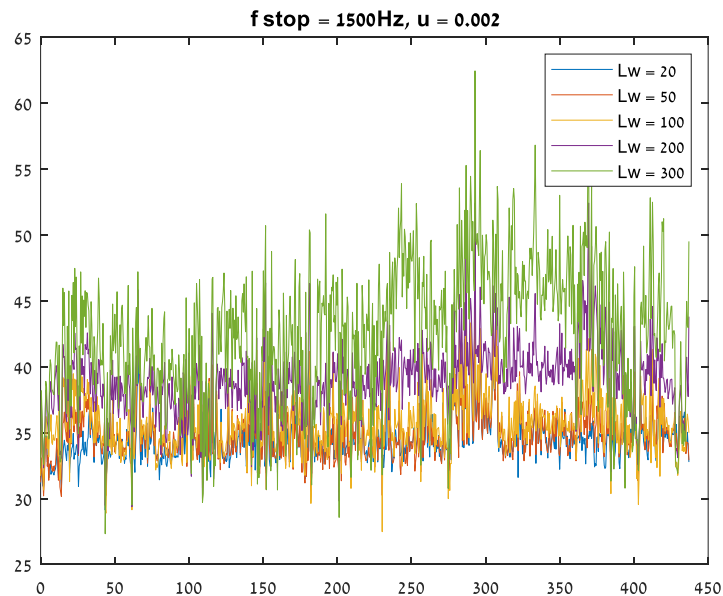
פרמטרי החדר –

מקדם החזרה השווה ל -1, -1 אומר מקסימום מקדם החזרה.

זמן ההדהוד 0.2 שניות.

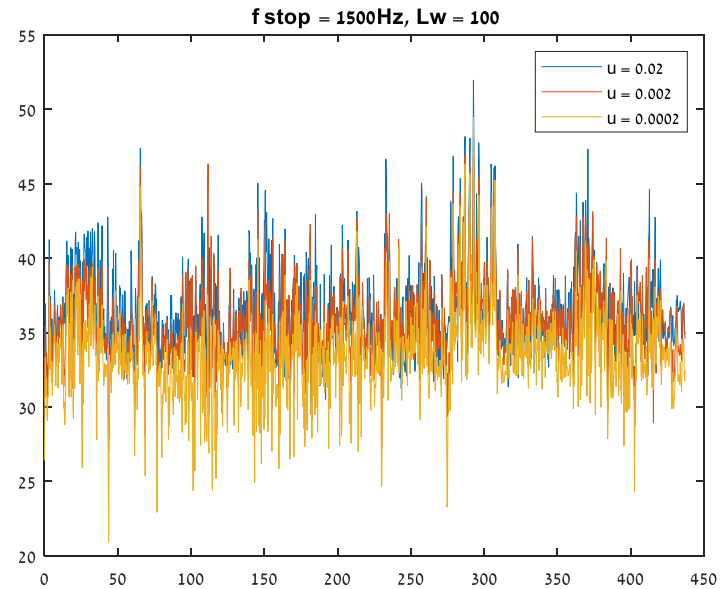
תדר הדגימה - $f_s = 44100 \text{ Hz}$

להלן תוצאות עבור אורכי מסנן שונים וגודלי צעד שונים:



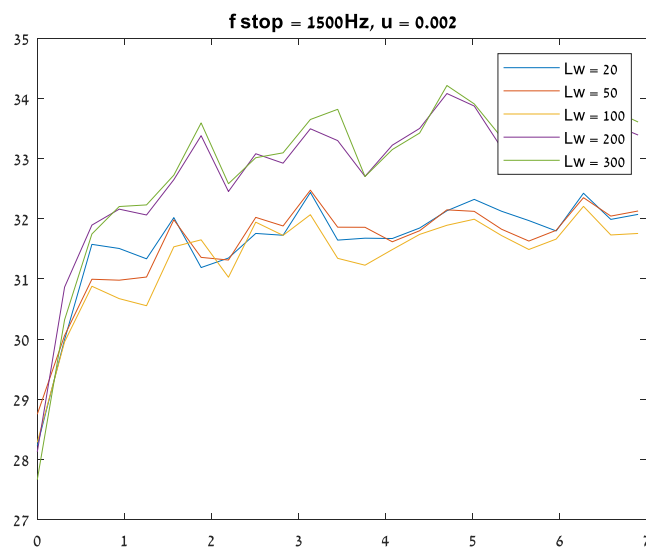
איור 6

ניתן לראות שככל שאורך המסנן ארוך יותר אנחנו מקבלים עוצמת השתקה גבוהה יותר.
 עבור אורך מסנן 100 וגודלי צעד שונים:



איור 7

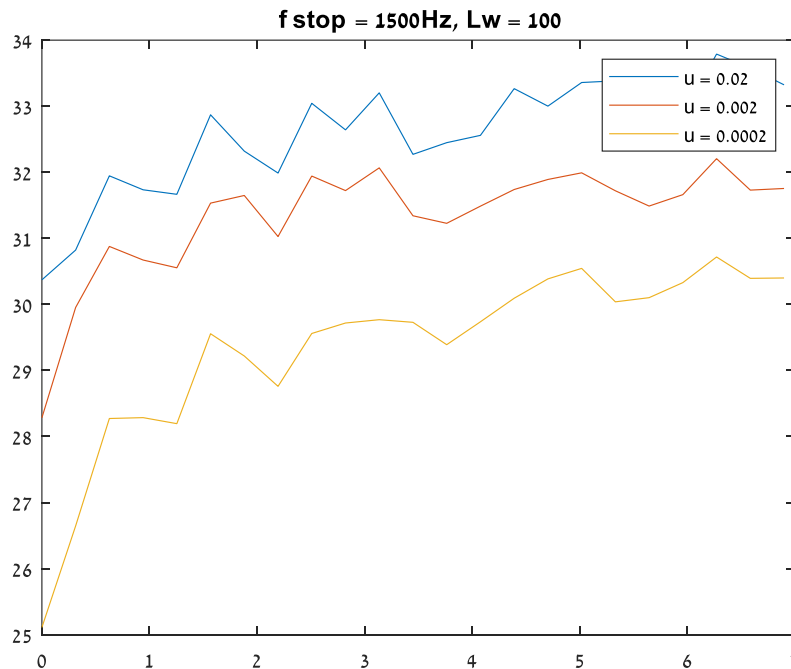
ניתן לראות שאין שינוי משמעותי בתוצאות כאשר גודלי הצעד הם שונים.
 התוצאות בגרף של db כאשר נעשה מיצוע על כל 0.3 שניות, כאשר מתרגמים ליחידות של דגימה
 נקבל $f_s * 0.3$ כאשר f_s הוא תדר הדגימה, הגרפים הללו הרבה פחות רועשים בשל המיצוע:



איור 8

הגרף המתואר מלעיל הוא אותו האיור ממקודם כאשר פה בחנו גודלי מסנן שונים.

עבור גודלי צעד שונים ומסנן באורך של 100 דגימות:



איור 9

בין כל סדר גודל אין שינוי משמעותי.

Trade offs

ככל שגודל הצעד יותר גדול כך המסנן מתכנס יותר מהר ולכאורה מביא תוצאות טובות יותר אך אם ניקח גודל צעד גדול מידי המערכת לא יציבה ועלולה להתפוצץ, באופן כללי באלגוריתם ה-LMS אם גודל הצעד גדול מידי במקרים רבים המסנן לא יגיע להתייצבות אלא יתנדנד על הערך הנ"ל, במקרה שלנו הוא מתייצב כי אנחנו השתמשנו באלגוריתם ה-NLMS כמו שצינו מקודם.

לפי התוצאות שראינו ככל שאורך המסנן גדול יותר כך התוצאות משתפרות שהרי זה מפתיע כי מקור הרעש שלנו במקרה הזה הוא אות דיבור והוא כמובן לא סטציונרי, ברור שאם מקור הרעש סטציונרי, מחזורי למשל כמו רעש של טרקטור עדיף לקחת מסנן ארוך יותר על מנת שהוא יצליח לזהות את המחזוריות של האות.

פרק 2 - דו מימד ANC

עדכון המסנן

כעת בניגוד למודל החד מימד שבו היה לנו מיקרופון רפרנס אחד, רמקול אחד ומיקרופון שגיאה אחד ומטרנו הייתה להשתיק נקודה אחת במרחב, יש לנו J מיקרופוני רפרנס, K רמקולים ו- M מיקרופוני שגיאה מטרנו כעת היא להשתיק M נקודות בדידות במרחב, כמובן שהביצועים יהיו פחות טובים ביחס ל-ANC בעל ערוץ בודד כי כעת אנו נהיים דורשניים יותר בכך שאנחנו רוצים להשתיק כמה נקודות ולא רק נקודה אחת.

סידור המערכת: המערכת מסודרת בצורה ספרית כלומר מיקרופוני הרפרנס מסודרים בצורה מעגלית סביב רדיוס R_j , בדומה גם הרמקולים מסודרים בצורה מעגלית וגם מיקרופוני השגיאה עם רדיוסים של R_m, R_k

$$\text{בהתאמה, כמובן שמתקיים } R_m < R_k < R_j$$

נשים לב לדבר חשוב שמתקיים בבעיית הדו מימד: בבעיית החד מימד היה לנו מסנן אחד כעת יהיה לנו מטריצה של מסננים מגודל של $K \times J$ מכיוון שכל רמקול קולט מידע מכל מיקרופוני הרפרנס, בדומה לכך תהיה לנו מטריצה של secondary path מגודל של $M \times K$

כאשר האיבר m_k במטריצה מתאר את ה secondary path בין הרמקול k למיקרופון השגיאה m .

כעת אחרי ההסבר הקצר נתאר את הבעיה באופן יותר מתמטי:

נגדיר את וקטור השגיאה שלנו כך:

$$e_{vec}(n) = \begin{pmatrix} e_1(n) \\ \vdots \\ e_M(n) \end{pmatrix}$$

כלומר מה שנקלט במיקרופוני השגיאה.

אות הקליטה במיקרופוני הרפרנס:

$$x_{vec}(n) = \begin{pmatrix} x_1(n) \\ \vdots \\ x_J(n) \end{pmatrix}$$

הוקטור d - מה שנקלט במיקרופוני השגיאה נטו מהרעש (בלי המערכת שלנו):

$$d_{vec}(n) = \begin{pmatrix} d_1(n) \\ \vdots \\ d_M(n) \end{pmatrix}$$

$$J = e_{vec}^H e_{vec}$$

פונקציית המחיר שלנו:

מטריצת המסננים שלנו:

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{K1} & \cdots & w_{KJ} \end{bmatrix}$$

כאשר כל איבר בה הוא מסנן בפני עצמו שהוא כמו בחד מימד באורך של L_w

כנ"ל למטריצת ה secondary path:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{M1} & \cdots & s_{MK} \end{bmatrix}$$

כאשר כל איבר בה הוא באורך של L_s (כמו החד מימד).

כמו שאמרנו קודם, הרמקול ה k לוקח מידע מכל מיקרופוני הרפרנס J על מנת לשדר:

$$y_k(n) = \sum_{j=1}^J w_{kj}^H(n) x_{jbuffer}(n)$$

כאשר

$$w_{kj}(n) = \begin{pmatrix} w_0(n) \\ \vdots \\ w_{L-1}(n) \end{pmatrix}$$

$x_{jbuffer}$ זה באפר באורך L_w של מיקרופון הרפרנס ה j .

בצורה מתמטית יוגדר כך:

$$x_{jbuffer}(n) = \begin{pmatrix} x_j(n) \\ \vdots \\ x_j(n - L_w + 1) \end{pmatrix}$$

בדומה לכך מיקרופון השגיאה ה m קולט רעש מכל הרמקולים.

אותו נסמן בוקטור עמודה :

$$y_{on_error} = \begin{pmatrix} y_{on_error}(1) \\ \vdots \\ y_{on_error}(M) \end{pmatrix}$$

כאשר $y_{on_error}(m)$ מסמל את הרעש שהמיקרופון ה m קולט מהרמקולים והוא מתעדכן כל דגימה.

באופן מתמטי:

$$y_{on_error}(m) = \sum_{k=1}^K s_{mk}^H * y_{kbuffer}$$

כאשר בדומה לתהליך הקודם, $y_{kbuffer}$ הוא באפר באורך של L_s , secondary path של L_s של הרמקול ה k .

כאשר:

$$s_{mk} = \begin{pmatrix} s_{mk}(0) \\ \vdots \\ s_{mk}(L_s-1) \end{pmatrix}$$

כדי לעדכן את מטריצת המסננים שלנו נצטרך לחשב את מטריצת x' שהיא בעצם ביצוע קונבולוציה בין x secondary path אבל יש לנו J באפרים של x (כמספר מיקרופוני הרפרנס) $M * K$ מסנני secondary path (בין כל רמקול לכל מיקרופון שגיאה) ולכן המטריצה שלנו תהיה תלויה בכל שלושת האינדקסים - x'_{kjm} .

בעזרת המטריצה שלנו אנחנו מעוניינים לעדכן את מטריצת המסננים שלנו, כזכור יש לנו מסנן בין כל מיקרופון רפרנס לכל רמקול. העדכון של מסנן w_{kj} יתבצע לפי

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \mu \sum_{m=1}^M x'_{kjm}(n) e_m(n)$$

תוצאות

בהרצות הבאות השתמשנו במערכת של 4 מיקרופוני רפרנס 4 רמקולים 4 מיקרופוני שגיאה, כמובן שאם לוקחים יותר מיקרופוני רפרנס ויותר רמקולים התוצאות משתפרות, כי למסננים המתעדכנים על ידי הדגימות ממיקרופוני הרפרנס כעת יש יותר מידע, ויש יותר רמקולים כדי להפיק את הגל שמביא להתאבכות הורסת, אפשר לחשוב על כך שאם יש יותר רמקולים במקרה הכי גרוע חלקם פשוט לא ייצרו שום רעש ונחזור למקרה הקודם כלומר זה רק יכול לשפר את התוצאות אך כמובן שבאופן מעשי ככל שלוקחים יותר מיקרופונים ורמקולים המערכת נהיית מסורבלת יותר ויקרה יותר.

מקור הרעש שלנו הינו רעש של טרקטור כלומר הרעש הוא רעש סטציונרי ואורכו היה כ 7 שניות,

העברנו את הרעש במסנני LPF שונים על מנת להראות את הקשר בין תדר הרעש לתוצאות, כמו שציינו מקודם ב ANC ככל שתדר הרעש נמוך יותר כך התוצאות טובות יותר

עבור LPF כאשר ה $f_{stop} = 500Hz$ להלן תוצאות כאשר הגרף הכתום מסמל את הרעש שנשמע במיקרופון השגיאה עם המערכת, והכחול מסמן איך היה נראה הרעש במיקרופון השגיאה ללא המערכת.

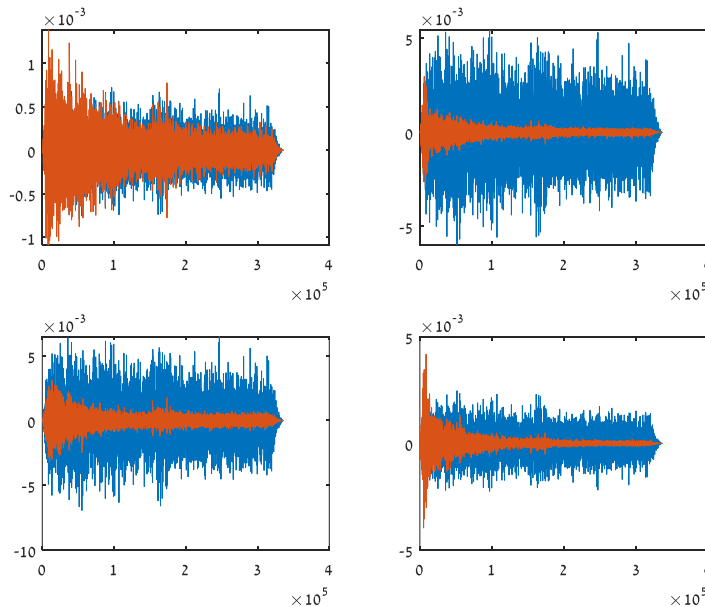
פרמטרי החדר בסימולציה –

זמן ההדהוד הוא 0.2 שניות.

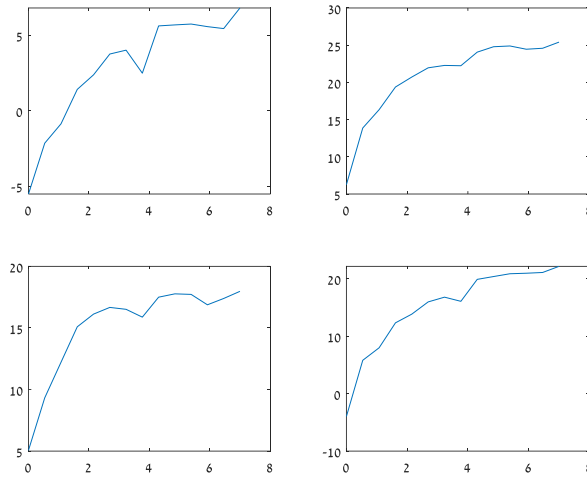
מקדם ההחזרה הינו 1- וכמו שאמרנו מקודם זה מקדם ההחזרה המקסימלי בסימולציה.

תדר הדגימה - $f_s = 48000Hz$

התוצאות הנ"ל הם ללא delay:



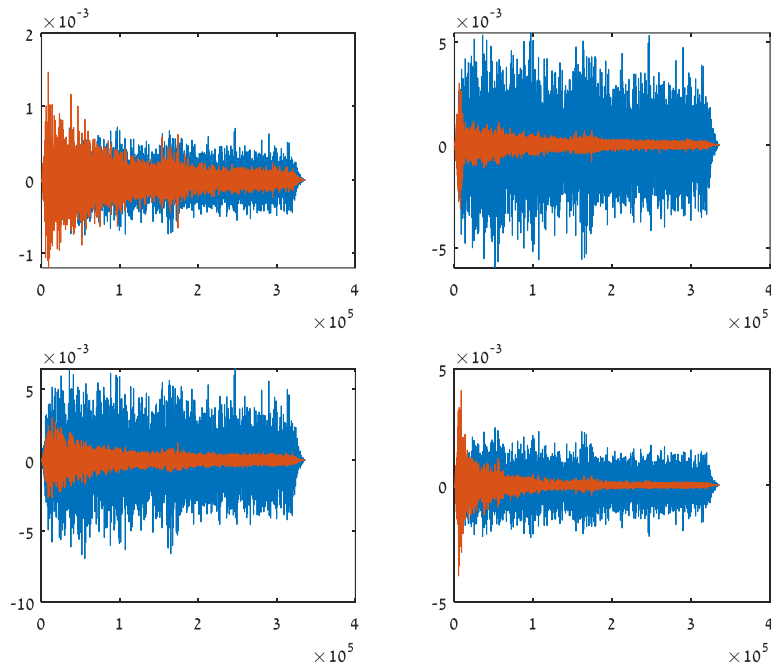
והגרף לאחר מיצוע של הדגימות על מנת לראות יחסי db במיקרופוני השגיאה:



איור 11

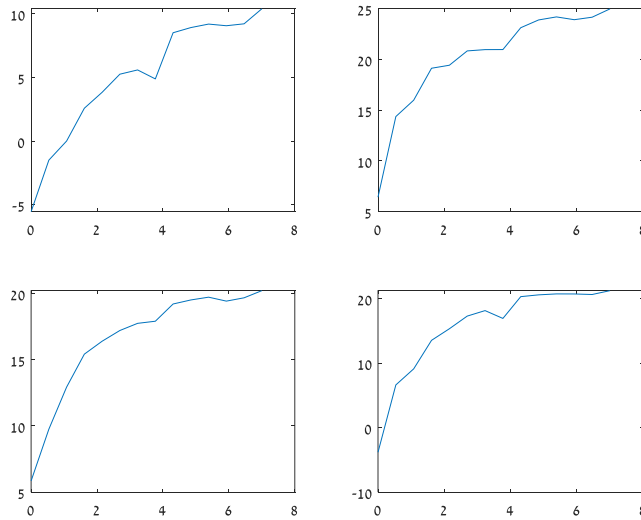
ניתן לראות שעבור מיקרופון אחד אין כל הבדל בין העוצמות של האות שנמדד עם המערכת לבין האות שנמדד ללא המערכת זאת מכיוון שפונקציית המחיר היא סכום השגיאות הריבועיות אזי היא שואפת להביא את הסכום למינימום ולא כל מיקרופון בנפרד, בעצם מזעור פונקציית המחיר למינימום יביא לכך שנשמע את אותה העוצמה בכל המיקרופונים אז אם מלכתחילה העוצמה במיקרופון שגיאה מסוים הייתה נמוכה ביחס לכל שאר המיקרופונים היא לא תרד יותר וזה בדיוק מה שאנו רואים פה, זה קורה במיקרופון השגיאה הרחוק ביותר ממקור הרעש.

בדומה לתוצאות הקודמות כעת גם פה העברנו את רעש הטורקטור ב LPF עם אותו f_{stop} רק שהפעם דימינו את העולם האמיתי והוספנו delay של $100\mu sec$ לדגימה ולשחזור



איור 12

ובתצורה של מיצוע בdb:

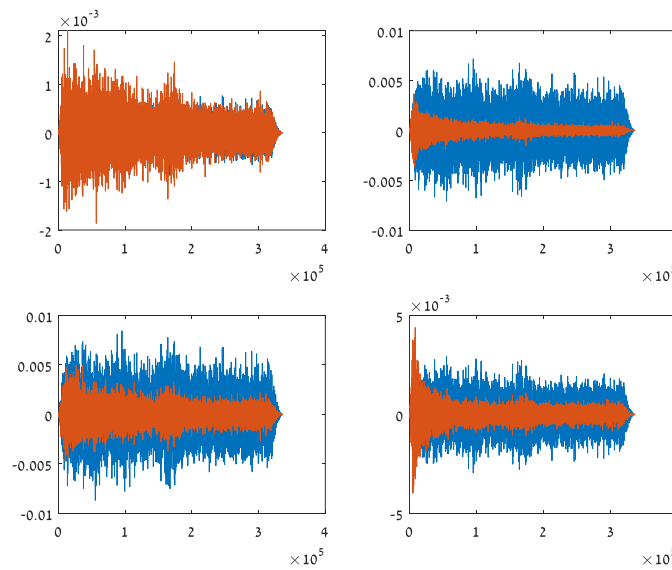


איור 13

ניתן לראות שאין שינוי מהותי בתוצאות כאשר אנו מוסיפים למערכת delay זאת בשל כי רעש של טרקטור הוא רעש סטציונרי, הוא חוזר על עצמו בניגוד לדוגמא מאות דיבור.

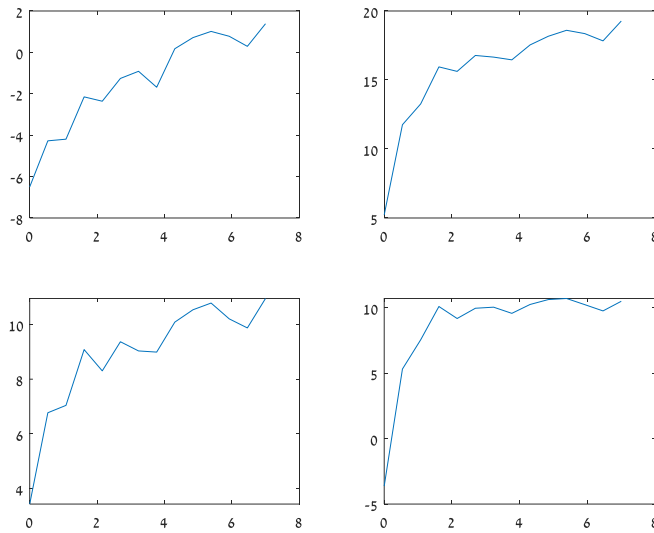
עבור אותו רעש רק שהפעם העברנו אותו במסנן LPF ש $f_{stop} = 1000Hz$

בלי delay:



איור 14

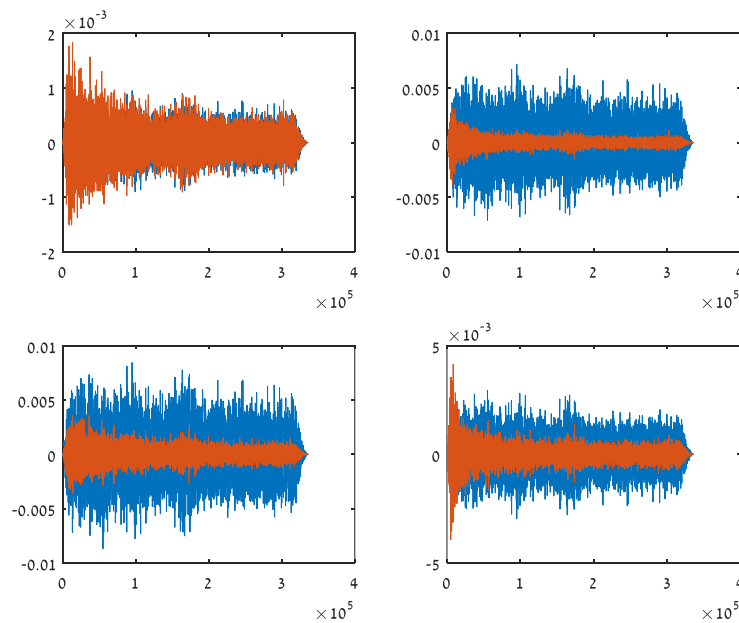
ובתצורה של db:



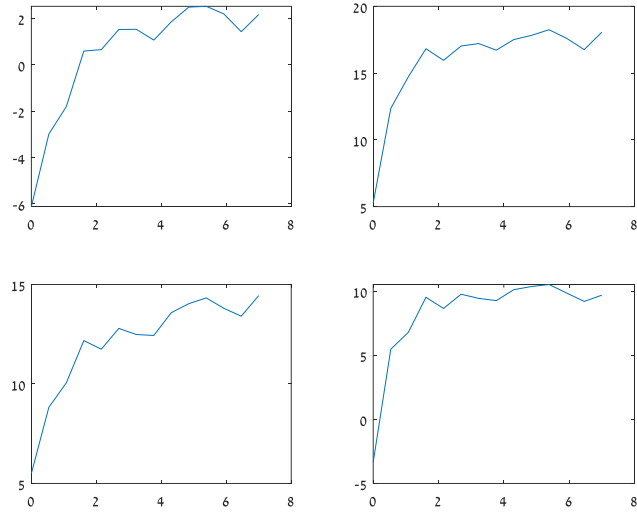
איור 15

ניתן לראות שאכן יש ירידה בביצועים ביחס ל תוצאות של ה 500Hz זאת מפני ש ANC עובד כמה שיותר טוב ככל שהרעש שאותו אנו מעוניינים להשתיק הינו בעל תחום תדרים נמוך ככל הניתן.

בדומה עם delay:



איור 16



איור 17

פרק 3 - Spatial ANC

פיתוח המטריצה A

כעת מטרתנו היא להשתיק אזור שלום רציף, ולא נקודות בדידות בניגוד לפרק הקודם פונקציית המחיר שלנו היא :

$$J = \int |u_e(r)|^2 dr = e^H A e$$

כאשר e היה וקטור התצפיות של וקטורי השגיאה בדיוק כמו בפרק הקודם, השינוי הוא שכעת יש לנו מטריצת משקולות A שגודלה הוא $M \times M$ והיא לא תלויה במטריצת המסננים שלנו H . בעצם המטרה היא להשתיק אזור מעגלי אזי פונקציית המחיר שלנו תהיה סכימה על כל האזור (שזה בעצם אינטגרל שהרי אזור זה דבר רציף), אבל יש לנו רק M נקודות תצפית באזור הנ"ל, שהרי יש לנו M מיקרופוני שגיאה.

באמצעות גרסיית גרעין קרנל, ניתן לשערך בצורה די טובה את $u_e(r)$ על סמך M ערכי התצפית שלנו כאשר $u_e(r)$ זוהי סתם נקודה כללית בתוך האזור שאותו אנחנו מעוניינים להשתיק. גרסיית גרעין קרנל מצאה ש:

$$\hat{u}_e(r) = ((K + \gamma I)^{-1} * e)^T * \kappa(r)$$

כאשר e הוא וקטור המדידות של מיקרופוני השגיאה שהוא בגודל $1, M \times 1$, מטריצת היחידה. γ הוא פרמטר רגוליזציה.

נגדיר מטריצה P שהיא מוגדרת להיות:

$$P = (K + \gamma I)^{-1}$$

שהיא בגודל של $M \times M$.

מתקיים:

$$A = P^H \left(\int_{\Omega} \kappa^*(r) \kappa^T(r) dr \right) P$$

כאשר K מוגדרת להיות:

$$K = \begin{bmatrix} J_0(k \|r_1 - r_1\|) & \cdots & J_0(k \|r_1 - r_M\|) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ J_0(k \|r_M - r_1\|) & \cdots & J_0(k \|r_M - r_M\|) \end{bmatrix}$$

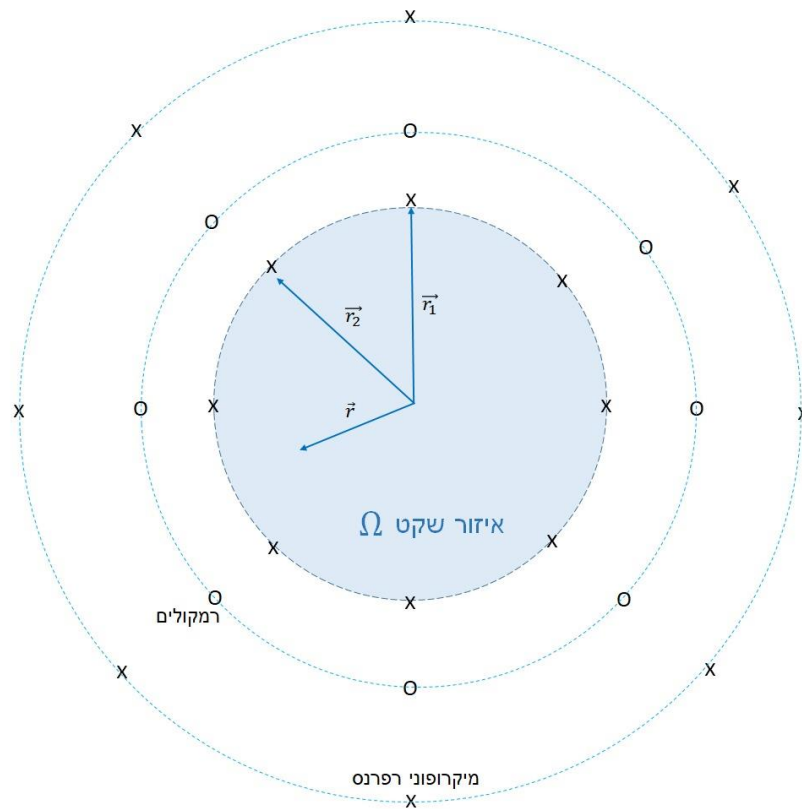
k הוא מספר הגל של הרעש, כלומר $k = \frac{w}{c}$ כאשר $w = 2\pi * f_{noise}$ כאשר f_{noise} הוא התדר של הרעש c זה מהירות הקול שהיא $340 \frac{m}{sec}$

$$\kappa(\mathbf{r}) = [J_0(k \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1\|), \dots, J_0(k \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_M\|)]^T$$

כאשר r זה נקודה במרחק r ממרכז האזור שלנו שאותו אנחנו רוצים להשתיק.

נשים לב שמסובך מאוד ליצור אותו שהרי מדובר בווקטורים, משמע צריך להתחשב בכיוון, בהמשך המאמר פישטו את הביטוי.

ציור הממחיש:



איור 18

נחזור לוקטור $\kappa(r)$ כעת נסתכל על האיבר m שלו:

$$J_0(k \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_m\|) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu}(kr_m) e^{-i\mu\phi_m} J_{\mu}(kr) e^{i\mu\phi}$$

כאשר ϕ_m מציין את הפאזה של מיקרופון השגיאה m ביחס לנקודת המרכז של האזור שלנו, אצלנו

$$\phi_m = \frac{2\pi(m-1)}{M}$$

$$\kappa(\mathbf{r}) = \mathbf{S}^T \phi(\mathbf{r})$$

כאשר:

$$\phi(\mathbf{r}) = (\dots, J_{-1}(kr) e^{-i\phi}, J_0(kr), J_1(kr) e^{i\phi}, \dots)^T$$

והמטריצה S תהיה מטריצה במימדים של $\infty \times M$, בפועל אצלנו בסימולציה פשוט ניקח במקום האינסוף U שיהיה מספיק גדול כך שיייתן לנו תוצאות דומות (כלומר גם הוקטור $\phi(r)$ הוא בגודל של U).

לדעתנו המטריצה S צריכה להראות כך:

$$S = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{-1}(kr_1)e^{i\phi_1} & \dots & J_{-1}(kr_M)e^{i\phi_M} \\ J_0(kr_1) & \dots & J_0(kr_M) \\ J_1(kr_1)e^{-i\phi_1} & \dots & J_1(kr_M)e^{-i\phi_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

הוכחה:

אמור להתקיים כך: העמודה m של S כפול הוקטור $\phi(r)$ אמור להוציא לנו את האיבר m בוקטור $\kappa(r)$. האיבר m הוא:

$$J_0(k \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_m\|) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu}(kr_m) e^{-i\mu\phi_m} J_{\mu}(kr) e^{i\mu\phi}$$

העמודה m כפול ϕ :

$$\sum_{u=-\infty}^{u=\infty} J_{-u}(kr_m) \cdot J_{-u}(kr) \cdot e^{iu\phi_m} \cdot e^{iu\phi}$$

נשים לב שזו בדיוק ההגדרה של $J_0(k \|r - r_m\|)$

אזי מתקיים:

$$\int_{\Omega} \kappa^*(\mathbf{r}) \kappa^T(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \mathbf{S}^H \left(\int_{\Omega} \phi^*(\mathbf{r}) \phi^T(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right) \mathbf{S}$$

ולפי אורתוגונליות של פונקציות בסל נקבל שהוקטור $\int \phi^*(r) * \phi^T(r) * r dr$ ייתן לנו מטריצה שגודלה $U \times U$ שכל איבר בה הוא אינטגרל בפני עצמו, והיא תהיה אלכסונית (אם נסתכל לדוגמה על האיבר m, n במטריצה משמע אינטגרל על $J_n(kr) * J_m(kr)$ יתן לנו 0, יש גם תלות באקספוננט אבל הוא לא תלוי בז או לא התחשבנו בו כי במילא תוצאת האינטגרל היא 0).

כעת נסתכל על איברי האלכסון:

האיבר ה u, u במטריצה יראה כך:

$$\Gamma(u, u) = 2\pi * \int J_u^2(kr) * r * dr$$

שעל פי זהות הוא שווה ל:

$$\pi R^2 * (J_u^2(kR) - J_{u-1}(kR) * J_{u+1}(kR))$$

כאשר R הוא הרדיוס של האזור שאנחנו רוצים להשתיק.

סה"כ נקבל שהמטריצה A תהיה שווה ל:

$$A = P^H S^H \Gamma S P^H$$

עדכון המסנן

נשים לב ש A איננה תלויה כלל במסנן שלנו W ולכן כאשר אנו גוזרים את פונקציית המחיר לפי W (עושים גרדיאנט) אנו מחשיבים את A כקבועה, ומכיוון ש A מטריצה סימטרית סך הכל נקבל:

$$\nabla(e^T A e) = (\nabla e) A e + (\nabla e) A^T e = 2(\nabla e) A e$$

נשים לב שאת ∇e כבר יש לנו מ ה Multichannel ANC ולכן כל מה שנצטרך להוסיף לעדכון המסננים הוא הכפלה ב A .

אות הרעש הינו \sin שתדרו $f_{noise} = 100Hz$, תדר הדגימה הינו $f_s = 8000Hz$ ואנחנו עבדנו על 30,000 דגימות, כלומר אות הרעש שלנו נמשך בערך כ 4.5 שניות
 פרמטרי החדר: אורך 10 מטר, רוחב 10 מטר, גובה 2.5 מטר כלומר [2.5 10 10], מקדם ההחזרה 0, זמן ההדהוד הינו 0.2 שניות.

מקור הרעש ממוקם ב [8 1].

מרכז אזור השקט ממוקם ב [5 1].

מיקרופוני הרפרנס ממוקמים ב רדיוס של 0.75 מטר סביב מרכז האזור השקט.

הרמקולים ממוקמים ב רדיוס של 0.5 מטר סביב מרכז האזור השקט.

במדידה הבאה אנחנו מיקמנו את מיקרופוני השגיאה ברדיוס של 0.15 מטר סביב מרכז האזור השקט.

יש לנו 8 מיקרופוני רפרנס, 5 רמקולים ו 8 מיקרופוני שגיאה

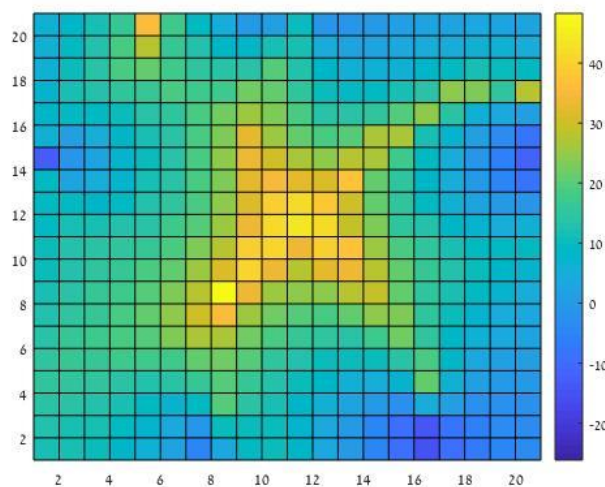
יש לנו הזתת רדיוס רנדומלית של 10 אחוז מהרדיוס הקבוע, ויש לנו הזתת פאזה רנדומלית שהיא בתחום:

$$\left[-\frac{\pi}{2J}, \frac{\pi}{2J} \right]$$

מיקרופוני השגיאה (J = 8)

פיזרנו 21 * 21 מיקרופוני דמה, שתפקידם למדוד את עוצמת הרעש בכל נקודה שבין מרכז האזור השקט עד הרמקולים, המיקרופונים האלה מפוזרים במרחק של 0.05 מטר זה מזה.

להלן התוצאה:



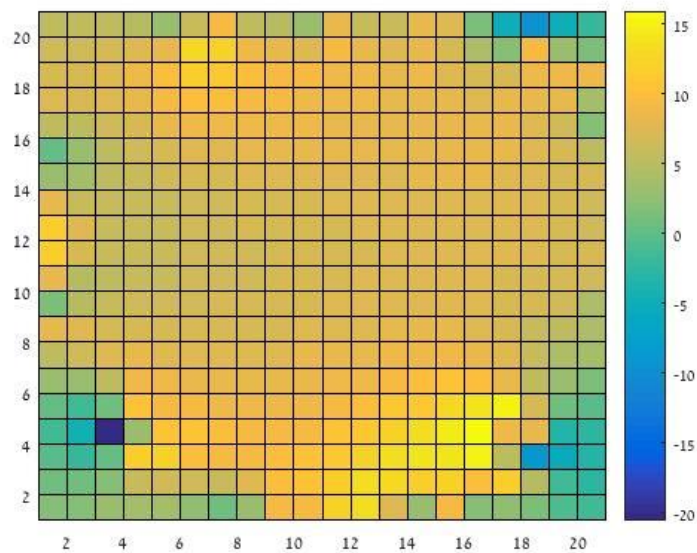
כאשר סקלת הצבעים שמופיעה ליד מסמלת את ה db כלומר בכל ריבוע קטן בגרף המייצג נקודה מסוימת יש צבע שמראה כמה הנקודה הנ"ל הושתקה ביחס לעוצמת הרעש שהייתה נשמעת לולא המערכת שלנו, ניתן לראות שהרמקולים שנמצאים בתוך האזור השקט הגיעו בערך ל $40 db$.

כעת עבור הסימולציה השנייה, רדיוס מיקרופוני השגיאה שלנו משמע רדיוס האזור השקט הפעם הינו 0.25

ובעת יש לנו כ 22 מיקרופוני רפרנס 11 רמקולים ו 22 מיקרופוני שגיאה.

פרמטרי החדר: מקדם ההחזרה הינו המקסימלי משמע -1 וזמן ההדהוד הינו 0.2 שניות.

התוצאה:



איור 20

הפעם ניתן לראות שהביצועים אכן פחותים יותר אם ממצעים את עוצמות ההשתקה ב db של כל מיקרופוני הדמה בתוך האזור השקט הגענו ל השתקה ממוצעת באזור של $10 db$ וראינו שבמקרה הקודם הגענו להשתקה של $40 db$ כלומר ככל שהאזור גדל כך הביצועים קטנים, וגם בסימולציה הזו היה לנו מקדם החזרה כך שניתן להבין שככל שלחדר יש יותר החזרות כך ה ANC באופן כללי (לא רק ה $spatial$) מתקשה יותר.

- [1] Hayato Ito , Shoichi Koyama , Natsuki Ueno , Hiroshi Saruwatari, "FEEDFORWARD SPATIAL ACTIVE NOISE CONTROL BASED ON KERNEL INTERPOLATION OF SOUND FIELD",The University of Tokyo, Graduate School of Information Science and Technology, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan JST, PRESTO, 4-1-8 Honcho, Kawaguchi, Saitama 332-0012, Japan.
- [2] S. M. Kuo and D. R. Morgan, "Active noise control: a tutorial review," Proc. IEEE, vol. 87, no. 6, pp. 943–973, 1999.
- [3] N. Ueno, S. Koyama, and H. Saruwatari, "Kernel ridge regression with constraint of Helmholtz equation for sound field interpolation," in Proc. Int. Workshop Acoust. Signal Enhancement (IWAENC), Tokyo, Sep. 2018, pp. 436–440.
- [4] Kaare Brandt Petersen and Michael Syskind Pedersen, " The Matrix Cookbook",
Version: November 15, 2012.
- [5] Satoru Hase , Yoshinobu Kajikawa*, Lichuan Liu , Sen M. Kuo , " MULTI-CHANNEL ANC SYSTEM USING OPTIMIZED REFERENCE MICROPHONES BASED ON TIME DIFFERENCE OF ARRIVAL", Kansai University, Faculty of Engineering Science 3–3–35 Yamate–cho, Suita–shi, Osaka 564–8680, Japan.